Informatik IV - Tutorium XVI & XVII

Tut Nr. 10 – JPEG, Haar-Wavelets

David Münch

Universität Karlsruhe (TH)
Fakultät für Informatik
IBDS Prautzsch

Dank an Yusuf für die Zusammenarbeit.

10. Juli 2009

Universität Karlsruhe (TH)
Forschungsuniversität • gegründet 1825

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis

Organisatorisches

Email: muenchdavid@gmail.com

https://www.stud.uni-karlsruhe.de/~uhbro/

Tutorium 16: Freitags 8:00 Uhr - Raum -107
Tutorium 17: Freitags 9:45 Uhr - Raum -119

Schein / Übungsblätter

Bearbeitete Hausaufgaben können abgeben werden.
Es gibt vier Scheinklausuren mit je 50 Punkten an folgenden Terminen:

- 19.05.2009 $\surd$ $\varnothing 31$ Punkte
- 09.06.2009 $\surd$ $\varnothing 35$ Punkte
- 02.07.2009 $\surd$ $\varnothing 39$ Punkte
- 23.07.2009 8:00 Uhr $\ddot\smile$

120 Punkte aus den Scheinklausuren sind notwendig, um einen Schein zu erhalten.

Schein / Übungsblätter

Bearbeitete Hausaufgaben können abgeben werden.
Es gibt vier Scheinklausuren mit je 50 Punkten an folgenden Terminen:

- 19.05.2009 $\surd$ $\varnothing 31$ Punkte
- 09.06.2009 $\surd$ $\varnothing 35$ Punkte
- 02.07.2009 $\surd$ $\varnothing 39$ Punkte
- 23.07.2009 8:00 Uhr $\ddot\smile$

120 Punkte aus den Scheinklausuren sind notwendig, um einen Schein zu erhalten.

Ab 140 Punkten gibt es einen Notenbonus von ca. 1/3 Note.

Schein / Übungsblätter

Bearbeitete Hausaufgaben können abgeben werden.
Es gibt vier Scheinklausuren mit je 50 Punkten an folgenden Terminen:

- 19.05.2009 $\surd$ $\varnothing 31$ Punkte
- 09.06.2009 $\surd$ $\varnothing 35$ Punkte
- 02.07.2009 $\surd$ $\varnothing 39$ Punkte
- 23.07.2009 8:00 Uhr $\ddot\smile$

120 Punkte aus den Scheinklausuren sind notwendig, um einen Schein zu erhalten.

Ab 140 Punkten gibt es einen Notenbonus von ca. 1/3 Note.

Abgabe in Zweiergruppe erlaubt und ausdrücklich erwünscht!

Schein / Übungsblätter

Bearbeitete Hausaufgaben können abgeben werden.
Es gibt vier Scheinklausuren mit je 50 Punkten an folgenden Terminen:

- 19.05.2009 $\surd$ $\varnothing 31$ Punkte
- 09.06.2009 $\surd$ $\varnothing 35$ Punkte
- 02.07.2009 $\surd$ $\varnothing 39$ Punkte
- 23.07.2009 8:00 Uhr $\ddot\smile$

120 Punkte aus den Scheinklausuren sind notwendig, um einen Schein zu erhalten.

Ab 140 Punkten gibt es einen Notenbonus von ca. 1/3 Note.

Abgabe in Zweiergruppe erlaubt und ausdrücklich erwünscht!

Bitte folgendes Deckblatt verwenden:
`http://www.stud.uni-karlsruhe.de/~unbdh/deckblatt/`

Literatur

Boehm, Prautzsch: Numerical Methods. AK Peters 1993. ISBN 3-528-06350-5
http://www.ubka.uni-karlsruhe.de/hylib-bin/suche.cgi?opacdb=UBKA_OPAC&fbt=7319953&nd=3204657

Ash: Information Theory. Dover 1990. ISBN 0-486-66521-6
http://www.ubka.uni-karlsruhe.de/hylib-bin/suche.cgi?opacdb=UBKA_OPAC&nd=9866904

Goos: Vorlesungen über Informatik. Bd. 4, Springer 1998. ISBN 3-540-60650-5
http://www.ubka.uni-karlsruhe.de/hylib-bin/suche.cgi?opacdb=UBKA_OPAC&fbt=9316367&nd=6568301

Was wollen wir heute erreichen?

Was wollen wir heute erreichen?

- Hausaufgabenblatt 8 besprechen

Was wollen wir heute erreichen?

- Hausaufgabenblatt 8 besprechen
- JPEG Komprimierungsverfahren kennen lernen

Was wollen wir heute erreichen?

- Hausaufgabenblatt 8 besprechen
- JPEG Komprimierungsverfahren kennen lernen
- Einführung in die Wavelet-Kompression

Hausaufgabe 31

Es sei eine Informationsquelle Q gegeben, die über dem binären Alphabet $A = \{0,1\}$ periodisch die Folge

0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0

ausgibt. Bestimmen Sie die Entropie eines zum Zeitpunkt t ausgegebenen Zeichens X_t,

1. wenn drei vorhergehende Zeichen $X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3}$ bekannt sind.
2. wenn vier vorhergehende Zeichen $X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3}, X_{t-4}$ bekannt sind.

Hausaufgabe 32

1. Unterziehen Sie die Zeichenkette

$$s \quad = \quad \texttt{BESSERWISSER}$$

   einer Burrows-Wheeler-Transformation (BWT).

   Geben Sie alle Daten an, die ein BWT-Dekodierer benötigt, um s wieder herzustellen.

2. Kodieren Sie die Ergebnis-Zeichenkette t von Teil 1) mithilfe des *move-to-front*-Verfahrens (rotierende Kodierung).

   Die anfängliche Kodierungstabelle sei gegeben durch:

B	E	I	R	S	W
0	1	2	3	4	5

3. Unterziehen Sie das Ergebnis von Teil 2) einer binären Huffman-Kodierung.

   Wie lang ist die Kodierung von t dann?

4. Wie lang wäre eine binäre Huffman-Kodierung der ursprünglichen Zeichenkette s gewesen?

1	B E S S E R W I S S E R
4	E S S E R W I S S E R B
11	S S E R W I S S E R B E
9	S E R W I S S E R B E S
3	E R W I S S E R B E S S
7	R W I S S E R B E S S E
12	W I S S E R B E S S E R
5	I S S E R B E S S E R W
10	S S E R B E S S E R W I
8	S E R B E S S E R W I S
2	E R B E S S E R W I S S
6	R B E S S E R W I S S E

$$
\begin{array}{cccccccccccccc}
\mathtt{B} & \mathtt{E} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{W} & \mathtt{I} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \longrightarrow & k = 1 \\
\mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{B} & \mathtt{E} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{W} & \mathtt{I} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & & \\
\mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{W} & \mathtt{I} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{B} & \mathtt{E} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & & \\
\mathtt{E} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{W} & \mathtt{I} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{B} & & \\
\mathtt{I} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{B} & \mathtt{E} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{W} & & \\
\mathtt{R} & \mathtt{B} & \mathtt{E} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{W} & \mathtt{I} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & & \\
\mathtt{R} & \mathtt{W} & \mathtt{I} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{B} & \mathtt{E} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & & \\
\mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{B} & \mathtt{E} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{W} & \mathtt{I} & \mathtt{S} & & \\
\mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{W} & \mathtt{I} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{B} & \mathtt{E} & \mathtt{S} & & \\
\mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{B} & \mathtt{E} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{W} & \mathtt{I} & & \\
\mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{W} & \mathtt{I} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{B} & \mathtt{E} & & \\
\mathtt{W} & \mathtt{I} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & \mathtt{B} & \mathtt{E} & \mathtt{S} & \mathtt{S} & \mathtt{E} & \mathtt{R} & &
\end{array}
$$

Hausaufgabe 33

1. Eine Zeichenkette w ist nach dem Verfahren von Lempel, Ziv und Welch (LZW) in die Zahlenfolge

   $$1\;2\;4\;0\;0\;1\;6\;2\;8$$

   transformiert worden. Die Kodierung des Alphabets sei gegeben durch

Zeichen	A	B	C
Kode	0	1	2

   Dekodieren Sie die Zahlenfolge, um w zu erhalten, wobei neue Kode-Einträge mit 3 beginnen.

2. Geben Sie einen Huffman-Kode für die Zeichen des Alphabets (gemäß ihrer Auftrittswahrscheinlichkeit in w) an. Wie lang ist demnach eine Huffman-Kodierung der Zeichenkette w?

3. Wie lang ist die LZW-Kodierung von w, wenn sie in binärem Blockkode dargestellt wird?

4. Bestimmen Sie die absolute Redundanz $L - H$ der Kodierungen aus (2) und (3).

Eingabe	Ausgabe	Wörterbuch
1	B	3=BC
2	C	4=CC
4	CC	5=CCA
0	A	6=AA
0	A	7=AB
1	B	8=BA
6	AA	9=AAC
2	C	10=CB
8	BA	—

$w = BCCCAABAACBA$

Hausaufgabe 34

Betrachten Sie den binären Übertragungskanal $X \rightarrow Y$ mit den bedingten Wahrscheinlichkeiten $p(y_i|x_j)$:

$$p(0|0) = \frac{2}{3} \qquad p(1|0) = \frac{1}{3}$$
$$p(0|1) = \frac{1}{4} \qquad p(1|1) = \frac{3}{4}$$

Wie groß sind $H(X)$, $H(Y)$, $H(X|Y)$, $H(Y|X)$, $I(X,Y)$ und $H(X,Y)$, wenn $H(Y)$ maximal ist?

Nachtrag

Aufgabe

Betrachte den Hamming-Code, der die Gleichung $A \cdot x = 0$ löst, wenn gilt:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & a_1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & a_3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & a_4 \end{pmatrix}$$

a) Gib alle Codewörter an für den Fall $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1$.

Nachtrag

Aufgabe

Betrachte den Hamming-Code, der die Gleichung $A \cdot x = 0$ löst, wenn gilt:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & a_1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & a_3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & a_4 \end{pmatrix}$$

a) Gib alle Codewörter an für den Fall $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1$.

b) Gib alle $\vec{a} = (a_1 ... a_4)^t$ an, sodass alle 1-Fehler korrigiert und alle 2-Fehler entdeckt werden können.

Nachtrag

Aufgabe

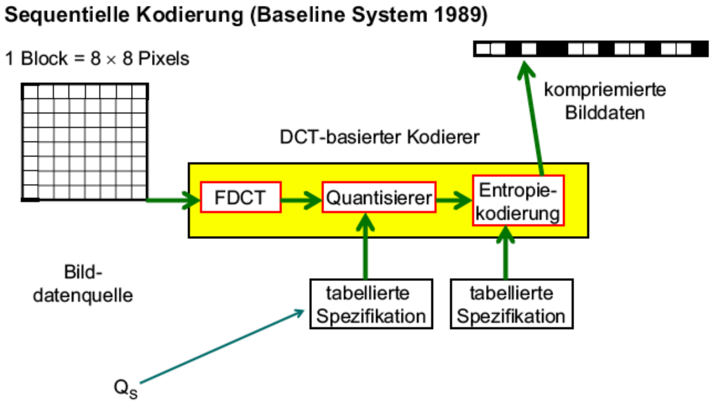
Betrachte den Hamming-Code, der die Gleichung $A \cdot x = 0$ löst, wenn gilt:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & a_1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & a_3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & a_4 \end{pmatrix}$$

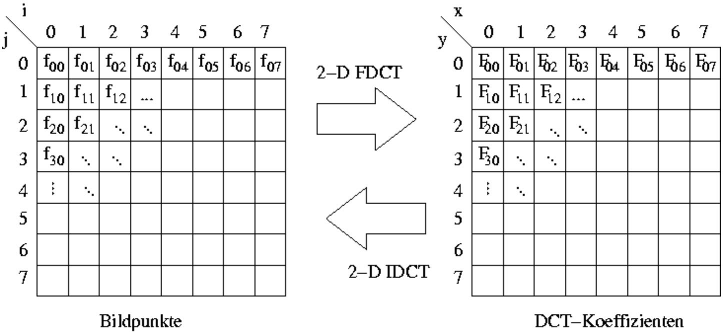
a) Gib alle Codewörter an für den Fall $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1$.

b) Gib alle $\vec{a} = (a_1 ... a_4)^t$ an, sodass alle 1-Fehler korrigiert und alle 2-Fehler entdeckt werden können.

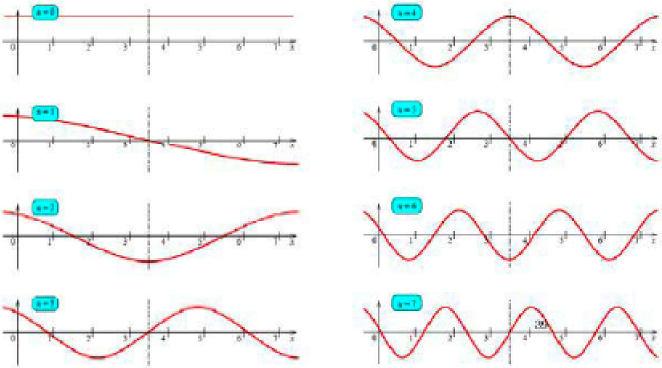
c) Für welches $\vec{a} = (a_1 ... a_4)^t$ sind auch alle 2-Fehler korrigierbar?

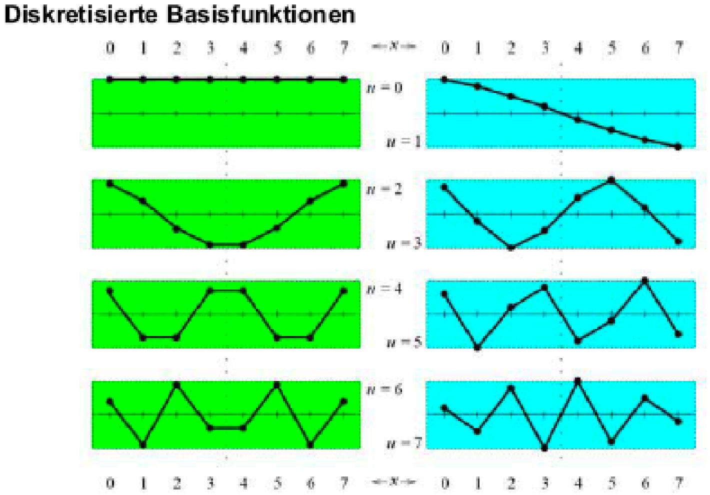

Sequentielle Kodierung (Baseline System 1989)
1 Block = 8 × 8 Pixels
komprimierte Bilddaten
DCT-basierter Kodierer
FDCT
Quantisierer
Entropie-kodierung
Bild-datenquelle
tabellierte Spezifikation
tabellierte Spezifikation
Qs

JPEG-Kompression

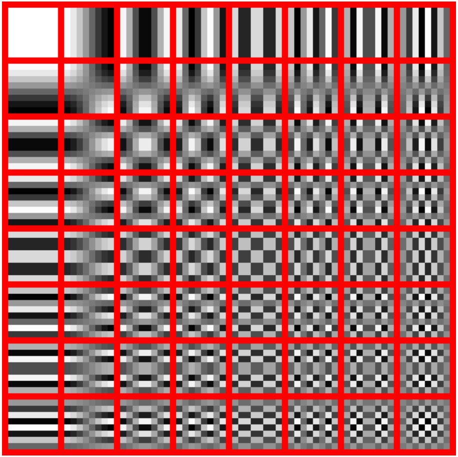


- Cosinus-Funktionen für $u = 0, \ldots, 7$




Diskretisierte Basisfunktionen
0 1 2 3 4 5 6 7 ← x → 0 1 2 3 4 5 6 7
u = 0
u = 1
u = 2
u = 3
u = 4
u = 5
u = 6
u = 7
0 1 2 3 4 5 6 7 ← x → 0 1 2 3 4 5 6 7

Basisfunktionen der 2D-DCT



Visualisierung der Linearkombinationen der Basisfunktionen

Visualisierung der JPEG Kompression

http://www.spemaus.de/studium/visjpeg/applet.html
http://www.ifs.univie.ac.at/schandl/teaching/jpeg/applet.htm

Vergleich von JPEG und JPEG2000

Wavelet-Kompression

Die Wavelet-Kompression ist eine verlustbehaftete Datenkompression speziell für Bilddaten (Video geht auch) z.B. JPEG2000.

- 2D-Wavelet-Transformation durchführen, dabei erhält man genausoviele Koeffizienten wie Pixel.
  Diese Koeffizienten sind einfacher zu komprimieren, weil sich die wichtigen Informationen auf wenige K. verteilen.
- Quantisieren
- Entropie-/Lauflängencodierung

Motivation

1D-Bild der Grösse 4:

$$\gamma_4 = [2, 6, 12, 4]$$

Motivation

1D-Bild der Grösse 4:

$$\gamma_4 = [2, 6, 12, 4]$$

Einfacher Vergröberungsschritt: Berechne Durchschnitt von je zwei benachbarten Pixeln.
Mit den Detailkoeffizienten kann das ursprüngliche Bild wiederhergestellt werden.

$$\gamma_2 = [4, 8], \delta_2 = [2, -4]$$

Motivation

1D-Bild der Grösse 4:

$$\gamma_4 = [2, 6, 12, 4]$$

Einfacher Vergröberungsschritt: Berechne Durchschnitt von je zwei benachbarten Pixeln.
Mit den Detailkoeffizienten kann das ursprüngliche Bild wiederhergestellt werden.

$$\gamma_2 = [4, 8], \delta_2 = [2, -4]$$

$$\gamma_1 = [6], \delta_1 = [2], \delta_2 = [2, -4]$$

Die Wavelet-Transformierte des Bildes ist der Gesamtdurchschnitt des Bildes mit den Detailkoeffizienten in aufsteigender Reihenfolge.

$$[6, 2, 2, -4]$$

Wavelet-Transformation

Idee: Vergöbere das Bild sukzessive und speichere Detailkoeffizienten.
Betrachte ein Bild nicht als Liste von Pixeln, sondern als abschnittsweise konstante Funktion auf $[0, 1)$.
Die Bilder haben die Grösse $2^j, j \geq 0$ Beispiel: TODO

Lesen!

Wavelets for computer graphics: A primer
`http://www.cis.udel.edu/~amer/CISC651/wavelets_for_computer_graphics_Stollnitz.pdf`

Quellen

Pajor - Informatik 4 Tutorium SS2007

Prautzsch - Skript Informatik 4 SS2008

Wavelets for computer graphics: A primer
http://www.cis.udel.edu/~amer/CISC651/wavelets_for_computer_graphics_Stollnitz.pdf

Wikipedia

Reflexion

Was haben wir heute gelernt?

Reflexion

Was haben wir heute gelernt?

- Hausaufgabenblatt 8 besprochen

Reflexion

Was haben wir heute gelernt?

- Hausaufgabenblatt 8 besprochen
- DCT und JPEG besprochen

Reflexion

Was haben wir heute gelernt?

- Hausaufgabenblatt 8 besprochen
- DCT und JPEG besprochen
- Theorie der Haar-Wavelets verstanden

Noch Fragen?

Vorschau

Vorschau

- Wiederholung
  Bitte konkrete Themen zur Wiederholung an mich per Email schicken.

Bis zum letzten Mal