



# Informatik IV - Tutorium XII & XIII (SR -120)

## Tut Nr. 10 – Hamming-Codes - JPEG - Haar-Wavelets

David Münch

Universität Karlsruhe (TH)  
Fakultät für Informatik  
IBDS Prautzsch

3. Juli 2008



Universität Karlsruhe (TH)  
Forschungsuniversität • gegründet 1825



# Inhaltsverzeichnis

## 1 Auftakt



# Inhaltsverzeichnis

- 1 Auftakt
- 2 Lernziele



# Inhaltsverzeichnis

- 1 Auftakt
- 2 Lernziele
- 3 Themen
  - Übungsblatt 10
  - Hamming-Codes
  - JPEG-Kompression
  - Wavelet-Kompression



# Inhaltsverzeichnis

- 1 Auftakt
- 2 Lernziele
- 3 Themen
  - Übungsblatt 10
  - Hamming-Codes
  - JPEG-Kompression
  - Wavelet-Kompression
- 4 Abspann

# Organisatorisches

Email: muenchdavid@gmail.com

<https://www.stud.uni-karlsruhe.de/~uhbro/>

Tutorium 12: Donnerstags 8:00 Uhr - Raum -120

Tutorium 13: Donnerstags 9:45 Uhr - Raum -120

Übungsblattabgabe Donnerstag.



## Schein / Übungsblätter

Alle, die den Schein anstreben und regelmässig Übungsblätter abgegeben haben, bekamen aufgrund ausreichender Gesamtpunktzahl mit dem 10. Übungsblatt den Schein. Niemand kann mehr mit dem 11. Übungsblatt den Schein bekommen.

# Was wollen wir heute erreichen?

## Was wollen wir heute erreichen?

- Übungsblatt 10 besprechen



## Was wollen wir heute erreichen?

- Übungsblatt 10 besprechen
- Wiederholung von Hamming-Codes



## Was wollen wir heute erreichen?

- Übungsblatt 10 besprechen
- Wiederholung von Hamming-Codes
- JPEG Komprimierungsverfahren kennen lernen



## Was wollen wir heute erreichen?

- Übungsblatt 10 besprechen
- Wiederholung von Hamming-Codes
- JPEG Komprimierungsverfahren kennen lernen
- Einführung in die Wavelet-Kompression



# Aufgabe 54

Es sei eine Informationsquelle  $Q$  gegeben, die über dem binären Alphabet  $A = \{0,1\}$  periodisch die Folge

0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0

ausgibt. Bestimmen Sie die Entropie eines zum Zeitpunkt  $t$  ausgegebenen Zeichens  $X_t$ ,

1. wenn drei vorhergehende Zeichen  $X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3}$  bekannt sind.
2. wenn vier vorhergehende Zeichen  $X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3}, X_{t-4}$  bekannt sind.



## Übungsblatt 10

## Aufgabe 55

1. Unterziehen Sie die Zeichenkette

$$s = \text{BESSERWISSER}$$

einer Burrows-Wheeler-Transformation (BWT).

Geben Sie alle Daten an, die ein BWT-Dekodierer benötigt, um  $s$  wieder herzustellen.

2. Kodieren Sie die Ergebnis-Zeichenkette  $t$  von Teil 1) mithilfe des *move-to-front*-Verfahrens (rotierende Kodierung).

Die anfängliche Kodierungstabelle sei gegeben durch:

B	E	I	R	S	W
0	1	2	3	4	5

3. Unterziehen Sie das Ergebnis von Teil 2) einer binären Huffman-Kodierung.  
Wie lang ist die Kodierung von  $t$  dann?
4. Wie lang wäre eine binäre Huffman-Kodierung der ursprünglichen Zeichenkette  $s$  gewesen?



## Übungsblatt 10

1 B E S S E R W I S S E R  
4 E S S E R W I S S E R B  
11 S S E R W I S S E R B E  
9 S E R W I S S E R B E S  
3 E R W I S S E R B E S S  
7 R W I S S E R B E S S E  
12 W I S S E R B E S S E R  
5 I S S E R B E S S E R W  
10 S S E R B E S S E R W I  
8 S E R B E S S E R W I S  
2 E R B E S S E R W I S S  
6 R B E S S E R W I S S E



## Übungsblatt 10

B E S S E R W I S S E R     $\rightarrow$      $k = 1$   
 E R B E S S E R W I S S  
 E R W I S S E R B E S S  
 E S S E R W I S S E R B  
 I S S E R B E S S E R W  
 R B E S S E R W I S S E  
 R W I S S E R B E S S E  
 S E R B E S S E R W I S  
 S E R W I S S E R B E S  
 S S E R B E S S E R W I  
 S S E R W I S S E R B E  
 W I S S E R B E S S E R



# Aufgabe 56

1. Eine Zeichenkette  $w$  ist nach dem Verfahren von Lempel, Ziv und Welch (LZW) in die Zahlenfolge

1 2 4 0 0 1 6 2 8

transformiert worden. Die Kodierung des Alphabets sei gegeben durch

Zeichen	$A$	$B$	$C$
Kode	0	1	2

Dekodieren Sie die Zahlenfolge, um  $w$  zu erhalten, wobei neue Kode-Einträge mit 3 beginnen.

2. Geben Sie einen Huffman-Kode für die Zeichen des Alphabets (gemäß ihrer Auftretswahrscheinlichkeit in  $w$ ) an. Wie lang ist demnach eine Huffman-Kodierung der Zeichenkette  $w$ ?
3. Wie lang ist die LZW-Kodierung von  $w$ , wenn sie in binärem Blockcode dargestellt wird?
4. Bestimmen Sie die absolute Redundanz  $L - H$  der Kodierungen aus (2) und (3).



## Übungsblatt 10

Eingabe	Ausgabe	Wörterbuch
1	B	3=BC
2	C	4=CC
4	CC	5=CCA
0	A	6=AA
0	A	7=AB
1	B	8=BA
6	AA	9=AAC
2	C	10=CB
8	BA	—

$w = BCCCAABAACBA$



## Hamming-Codes Wiederholung

Ein Hamming-Code ist ein linearer Code, der eine Kontrollmatrix  $A$  besitzt, die wie folgt aufgebaut ist:

- $A$  hat  $n$  Spalten und  $m$  Zeilen, wobei gilt:  $n \leq 2^m$ .



## Hamming-Codes Wiederholung

Ein Hamming-Code ist ein linearer Code, der eine Kontrollmatrix  $A$  besitzt, die wie folgt aufgebaut ist:

- $A$  hat  $n$  Spalten und  $m$  Zeilen, wobei gilt:  $n \leq 2^m$ .
- Die Zeilen von  $A$  sind linear unabhängig.



## Hamming-Codes Wiederholung

Ein Hamming-Code ist ein linearer Code, der eine Kontrollmatrix  $A$  besitzt, die wie folgt aufgebaut ist:

- $A$  hat  $n$  Spalten und  $m$  Zeilen, wobei gilt:  $n \leq 2^m$ .
- Die Zeilen von  $A$  sind linear unabhängig.
- Die Spalten von  $A$  sind verschieden.



## Hamming-Codes Wiederholung

Ein Hamming-Code ist ein linearer Code, der eine Kontrollmatrix  $A$  besitzt, die wie folgt aufgebaut ist:

- $A$  hat  $n$  Spalten und  $m$  Zeilen, wobei gilt:  $n \leq 2^m$ .
- Die Zeilen von  $A$  sind linear unabhängig.
- Die Spalten von  $A$  sind verschieden.

Ist  $A \cdot y = \vec{0}$  dann ist kein Fehler beim Übertragen von  $y$  aufgetreten.

Ist dagegen  $A \cdot y = \vec{s} \neq \vec{0}$ , dann ist die Position der Spalte von  $\vec{s}$  in  $A$  das gekippte Bit.



## Aufgabe

Betrachte den Hamming-Code, der die Gleichung  $A \cdot x = 0$  löst, wenn gilt:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & a_1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & a_3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & a_4 \end{pmatrix}$$

- a) Gib alle Codewörter an für den Fall  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1$ .



## Aufgabe

Betrachte den Hamming-Code, der die Gleichung  $A \cdot x = 0$  löst, wenn gilt:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & a_1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & a_3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & a_4 \end{pmatrix}$$

- Gib alle Codewörter an für den Fall  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1$ .
- Gib alle  $\vec{a} = (a_1 \dots a_4)^t$  an, sodass alle 1-Fehler korrigiert und alle 2-Fehler entdeckt werden können.



## Aufgabe

Betrachte den Hamming-Code, der die Gleichung  $A \cdot x = 0$  löst, wenn gilt:

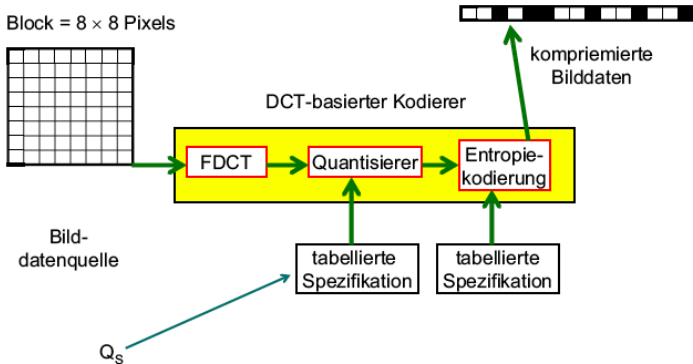
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & a_1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & a_2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & a_3 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & a_4 \end{pmatrix}$$

- Gib alle Codewörter an für den Fall  $a_1 = a_2 = a_3 = a_4 = 1$ .
- Gib alle  $\vec{a} = (a_1 \dots a_4)^t$  an, sodass alle 1-Fehler korrigiert und alle 2-Fehler entdeckt werden können.
- Für welches  $\vec{a} = (a_1 \dots a_4)^t$  sind auch alle 2-Fehler korrigierbar?



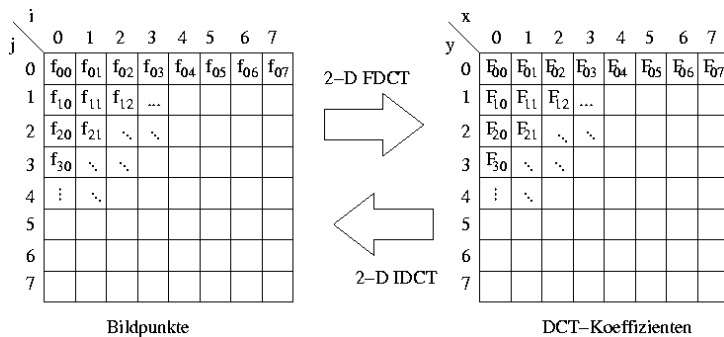
## Sequentielle Kodierung (Baseline System 1989)

1 Block =  $8 \times 8$  Pixels



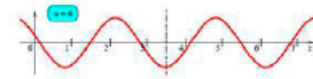
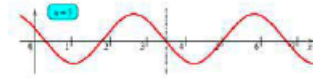
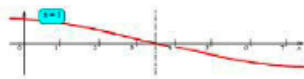
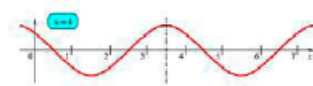
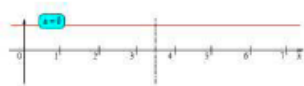


## JPEG-Kompression



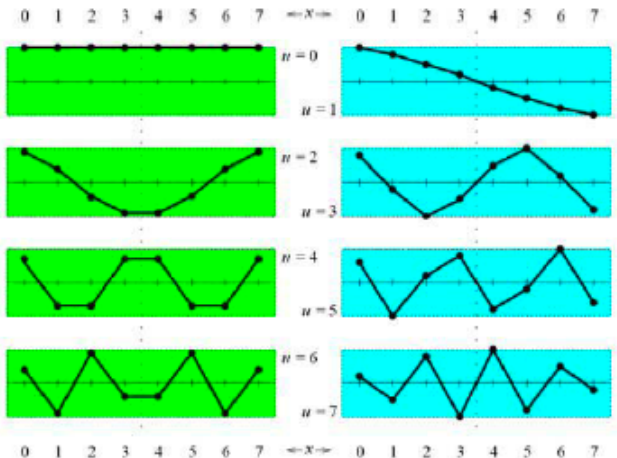


- Cosinus-Funktionen für  $u = 0, \dots, 7$



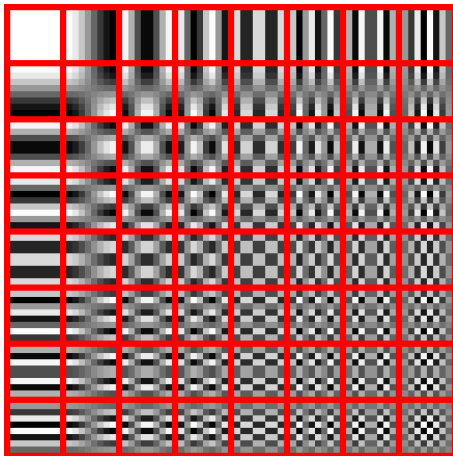


## Diskretisierte Basisfunktionen





# Basisfunktionen der 2D-DCT





# Visualisierung der Linearkombinationen der Basisfunktionen



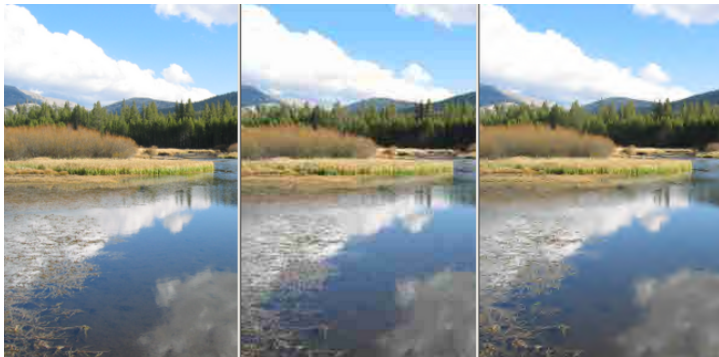


# Visualisierung der JPEG Kompression

`http://www.spemaus.de/studium/visjpeg/applet.html`



# Vergleich von JPEG und JPEG2000





## Quellen

Pajor - Informatik 4 Tutorium SS2007

Prautzsch - Skript Informatik 4 SS2008

Wavelets for computer graphics: A primer

[http://www.cis.udel.edu/~amer/CISC651/wavelets\\_for\\_computer\\_graphics\\_Stollnitz.pdf](http://www.cis.udel.edu/~amer/CISC651/wavelets_for_computer_graphics_Stollnitz.pdf)

Wikipedia

# Reflexion

Was haben wir heute gelernt?

# Reflexion

Was haben wir heute gelernt?

- Übungsblatt 10 besprochen

# Reflexion

Was haben wir heute gelernt?

- Übungsblatt 10 besprochen
- Hamming-Codes wiederholt

# Reflexion

Was haben wir heute gelernt?

- Übungsblatt 10 besprochen
- Hamming-Codes wiederholt
- DCT

# Reflexion

Was haben wir heute gelernt?

- Übungsblatt 10 besprochen
- Hamming-Codes wiederholt
- DCT
- Haar-Wavelets

Noch Fragen?

# Vorschau



# Vorschau

- Wavelets



AS A PROJECT WEARS ON, STANDARDS  
FOR SUCCESS SLIP LOWER AND LOWER.

0 HOURS



OKAY, I SHOULD  
BE ABLE TO DUAL-  
BOOT BSD SOON.

6 HOURS

I'LL BE HAPPY IF I CAN GET  
THE SYSTEM WORKING LIKE  
IT WAS WHEN I STARTED.



10 HOURS

WELL, THE DESKTOP'S A LOST CAUSE,  
BUT I THINK I CAN FIX THE  
PROBLEMS THE LAPTOP'S DEVELOPED.



24 HOURS

IF WE'RE LUCKY, THE SHARKS WILL STAY  
AWAY UNTIL WE REACH SHALLOW WATER.



IF WE MAKE IT BACK ALIVE, YOU'RE  
NEVER UPGRADING ANYTHING AGAIN.