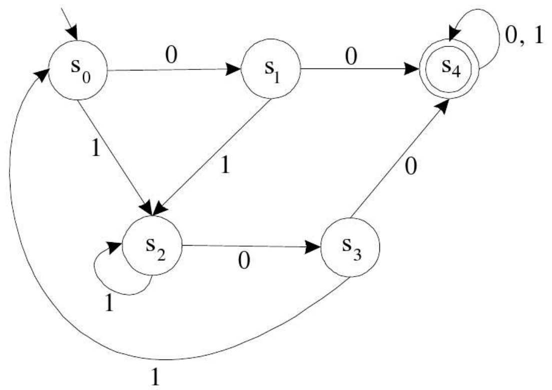
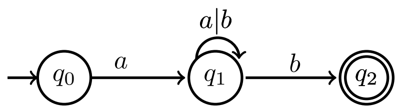
Aufgabenblatt 2

1. Gegeben sei der folgende endliche Automat:
   $\mathcal{M} = (\mathcal{A}, \mathcal{Q}, \delta, q_0, \mathcal{F})$ $\mathcal{A} = \{0, 1\}$, $\mathcal{Q} = \{s_1, s_2, s_3, s_4\}$, $q_0 = s_0$, $\mathcal{F} = \{s_4\}$



   (a) Ist der gegebene endliche Automat deterministisch?
   (b) Zeichnen Sie den Äquivalenzklassenautomat.
   (c) Geben Sie die Äquivalenzklassen der Zustände vom enstandenen Automaten an.

2. Gegeben sei ein nichtdeterministischer endlicher Automat (NEA):
   $\mathcal{M} = (\mathcal{A}, \mathcal{Q}, \delta, q_0, \mathcal{F})$ $\mathcal{A} = \{a, b\}$, $\mathcal{Q} = \{q_0, q_1, q_2\}$, $q_0 = q_0$, $\mathcal{F} = \{q_2\}$

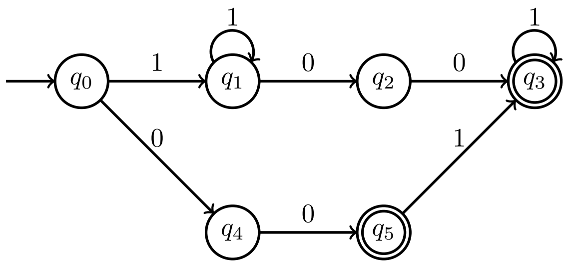


   (a) Geben Sie den entsprechenden deterministischen endlichen Automat (DEA) an, der die gleiche Sprache akzeptiert. Benutzen Sie hierbei das Potenzmegenkonstruktionsverfahren.
   (b) Ist der entstandene Automat vollständig, wenn nicht, wie kann man den Automaten vervollständigen und welche Menge entspricht bei dem Potenzmegenkonstruktionsverfahren dann dem Fehlerzustand?

3. Gegeben sei die Sprache $L = \{a^n b^n | n \in \mathbb{N}\}$.

   (a) Zeigen Sie, mit Hilfe des Pumping Lemmas, dass die Sprache L nicht regulär ist.
   (b) Könnte man mit dem Pumping Lemma auch zeigen, dass eine Sprache regulär ist.

4. Gegeben sei der folgende Automat: $\mathcal{M} = (\mathcal{A}, \mathcal{Q}, \delta, q_0, \mathcal{F})$
$\mathcal{A} = \{0, 1\}$, $\mathcal{Q} = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5\}$, $q_0 = q_0$, $\mathcal{F} = \{q_3, q_5\}$



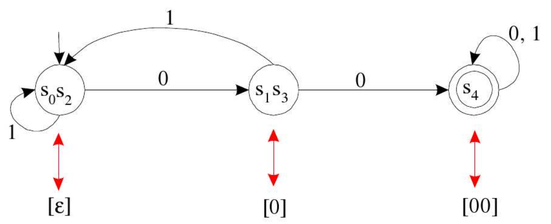
(a) Vervollständigen Sie den Automaten, d. h. führen Sie einen Fehlerzustand ein.

(b) Minimieren Sie den vervollständigten Automaten.

Lösungen

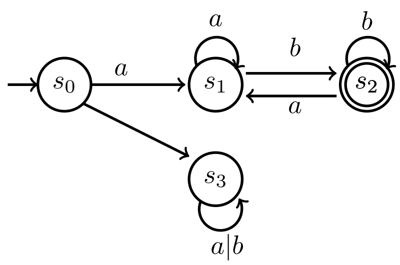
1. (a) Ja

   (b) Der minimale Automat:



   (c) Die Äquivalenzklassen der Zustände vom minimalen Automaten:
   $[\varepsilon] = \{w | w \in \{0,1\}^*$ und w endet nicht mit $0\}$,
   $[0] = \{w | w \in \{0,1\}^*$ und w endet mit 0 und enthält nicht $00\}$,
   $[00] = \{w | w \in \{0,1\}^*$ und in w kommt min. einmal 00 vor $\}$.

2. (a) DEA sieht folgendermaßen aus: Der Zustand s_3 ist zur Vervollständigung des Automaten (Teilaufgabe 2 b)) da.



   Hierbei sind die neuen Zustände durch die Potenzmengenkonstruktion (PMK): $s_0 = q_0, s_1 = q_1, s_2 = \{q_1, q_2\}$ und $s_3 = \varnothing$

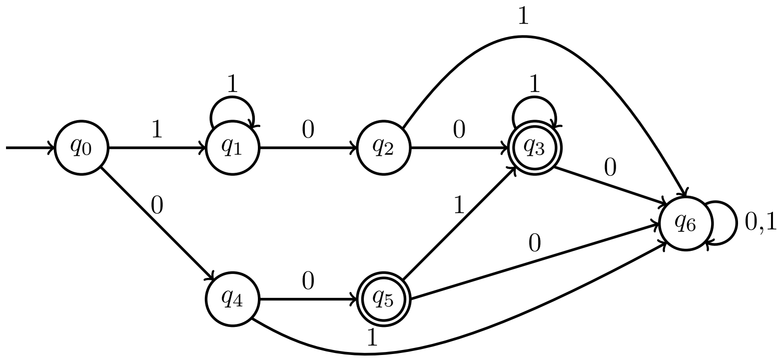
   (b) Ohne den Zustand q_3 ist der Automat unvollständig. Der Fehlerzustand ist der Zustand, der zum Vervollständigen des Automaten hinzugefügt wird und bei der PMK aus der leeren Menge ensteht.

3. (a) Annahme: Sei L regulär.
   Dann gibt es ein Zahl $n \in \mathbb{N}$, sodass sich alle Wörter $z \in L$ der Länge $\geq n$ wie im Pumping-Lemma beschrieben zerlegen lassen. Sei uvw die Zerlegung des Wortes, dann sind die folgende 3 Fälle zu beachten:
   - $u \in \{a\}^*, v \in \{a\}^*, w \in \{b\}^* \Rightarrow$ beim "Pumpen" ist $uv^iw \notin L$
   - $u \in \{a\}^*, v \in \{b\}^*, w \in \{b\}^* \Rightarrow$ analog wie oben
   - $u \in \{a\}^*, v \in \{a\}^*\{b\}^*, w \in \{b\}^* \Rightarrow uv^iw \notin L$

   $\Rightarrow$ Widerpruch zur Annahme, dass L regulär ist. Also ist L keine reguläre Sprache.

   (b) Nein, da aus dem Pumping-Lemma nur eine Richtung, d.h. Wenn die Sprache regulär ist,folgt daraus, dass die Sprache den Bedingungen des Pumping-Lemmas genügt.

4. (a) der vollständige Automat $\mathcal{M} = (\mathcal{A}, \mathcal{Q}, \delta, q_0, \mathcal{F})$
$\mathcal{A} = \{0, 1\}$, $\mathcal{Q} = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$, $q_0 = q_0$, $\mathcal{F} = \{q_3, q_5\}$



(b) der minimierte Automat $\mathcal{M} = (\mathcal{A}, \mathcal{Q}, \delta, q_0, \mathcal{F})$
$\mathcal{A} = \{0, 1\}$, $\mathcal{Q} = \{s_0, s_1, s_2, s_3\}$, $q_0 = s_0$, $\mathcal{F} = \{s_3\}$